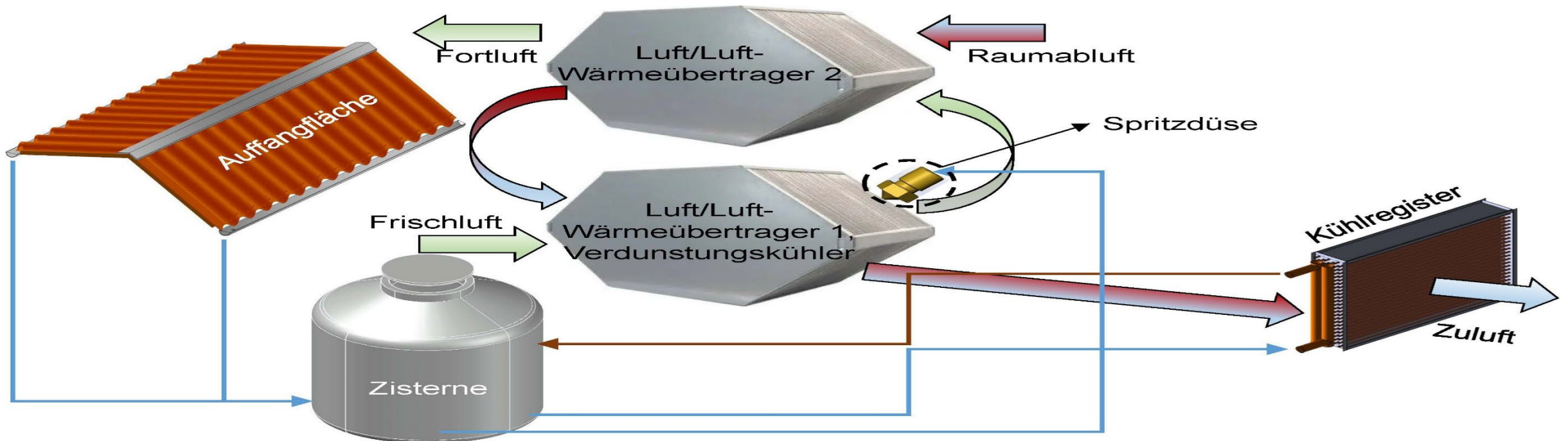


Regenwasser als Kühlmedium in Rechenzentren statt mechanischer Kühlung

AP 3: Modellierung der Zisterne mit passiver Wasserkühlung (Szenario 1)



1. Modellierung der Erdreichtemperatur
2. Validierung des Berechnungsmodells für die Erdreichtemperatur
3. Modellierung der Zisterne
4. Fazit.

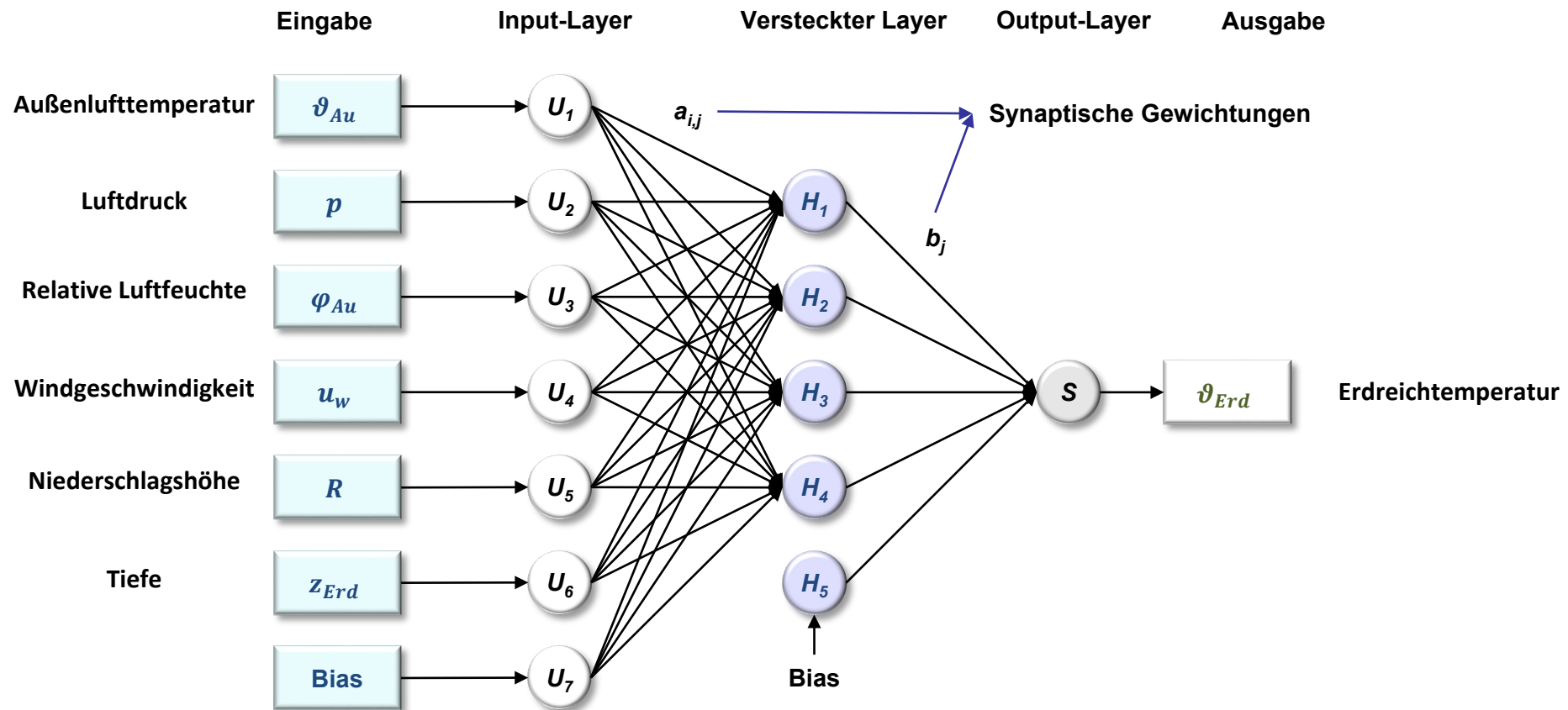
1. Modellierung der Erdreichtemperatur (KNN-Teil)

➤ Erdreichtemperatur

$$\vartheta_{Erd} = \vartheta_{Erd,KNN} + \vartheta_{Erd,Fou}$$

↓
Künstliches Neuronales Netz

→ Fourierreihe



1. Modellierung der Erdreichtemperatur (KNN-Teil)

➤ Normalisierte Eingaben $U_n[i]$

$$\begin{aligned}
 U_{n,1} &= \frac{\vartheta_{Au} - \vartheta_{Au,Min}}{\vartheta_{Au,Max} - \vartheta_{Au,Min}} & U_{n,2} &= \frac{p - p_{Min}}{p_{Max} - p_{Min}} & U_{n,3} &= \frac{\varphi_{Au} - \varphi_{Au,Min}}{\varphi_{Au,Max} - \varphi_{Au,Min}} \\
 U_{n,4} &= \frac{u_w - u_{w,Min}}{u_{w,Max} - u_{w,Min}} & U_{n,5} &= \frac{R - R_{Min}}{R_{Max} - R_{Min}} & U_{n,6} &= \frac{z_{Erd} - z_{Erd,Min}}{z_{Erd,Max} - z_{Erd,Min}}
 \end{aligned}$$

Mit

ϑ_{Au} = Außenlufttemperatur p = Luftdruck φ_{Au} = Relative Außenluftfeuchte
 u_w = Windgeschwindigkeit R = Niederschlagshöhe z_{Erd} = Tiefe

➤ Standardisierte normalisierte Eingaben $U_s[i]$

$$\begin{aligned}
 U_{s,i} &= \frac{U_{n,i} - \overline{U_{n,i}}}{\sigma_{U_{n,i}}} \quad \text{für } 1 \leq i \leq 6 \\
 U_{s,7} &= 1 \quad \text{für } i = 7
 \end{aligned}$$

Mit

$\overline{U_{n,i}}$ = Mittelwert normalisierter Kenngröße
 $\sigma_{U_{n,i}}$ = Standardabweichung normalisierter Kenngröße

1. Modellierung der Erdreichtemperatur (KNN-Teil)

➤ Künstliches Neuronales Netz Korrelation

$$\vartheta_{Erd,KNN} = \vartheta_{Erd,Min} + (\vartheta_{Erd,Max} - \vartheta_{Erd,Min}) \cdot V_{n,1}$$

Normalisierte Erdreichtemperatur $V_{n,1}$

$$V_{n,1} = \frac{1}{1 + e^{-\sum_{j=1}^5 b_j \cdot H_j}}$$

Aktivierungsfunktion ($1 \leq j \leq 5$)

$$H_j = \begin{cases} \frac{2}{1 + e^{-2z_j}} - 1 & 1 \leq j \leq 4 \\ 1 & j = 5 \end{cases}$$

$$z_j = \sum_{i=1}^7 \sum_{j=1}^4 a_{i,j} \cdot U_{s,i}$$

b_j und $a_{i,j}$ = Synaptische Gewichtungen

1. Modellierung der Erdreichtemperatur (Fourierreihe-Teil)

➤ Erdreichtemperatur nach Badache et al. (2016)¹

$$\vartheta_{Erd,Fou} = \bar{\vartheta}_{Erd} - Real \left[\sum_{n=1}^N A[n] \cdot e^{i \cdot n \cdot \omega \cdot t - \phi[n] - z \cdot (1+i) / \gamma[n]} \right]$$

Mit

- $\bar{\vartheta}_{Erd}$ = Mittlere Erdreichtemperatur [°C].
- $A[n]$ = Amplitude der n-ten Harmonischen.
- $\phi[n]$ = Phasenwinkel der n-ten Harmonischen.

$$A[n] = \sqrt{b_n^2 + c_n^2}$$

$$\phi[n] = \tan^{-1} \left(\frac{b_n}{c_n} \right)$$

• Fourierkoeffizienten für die Wellenfunktion

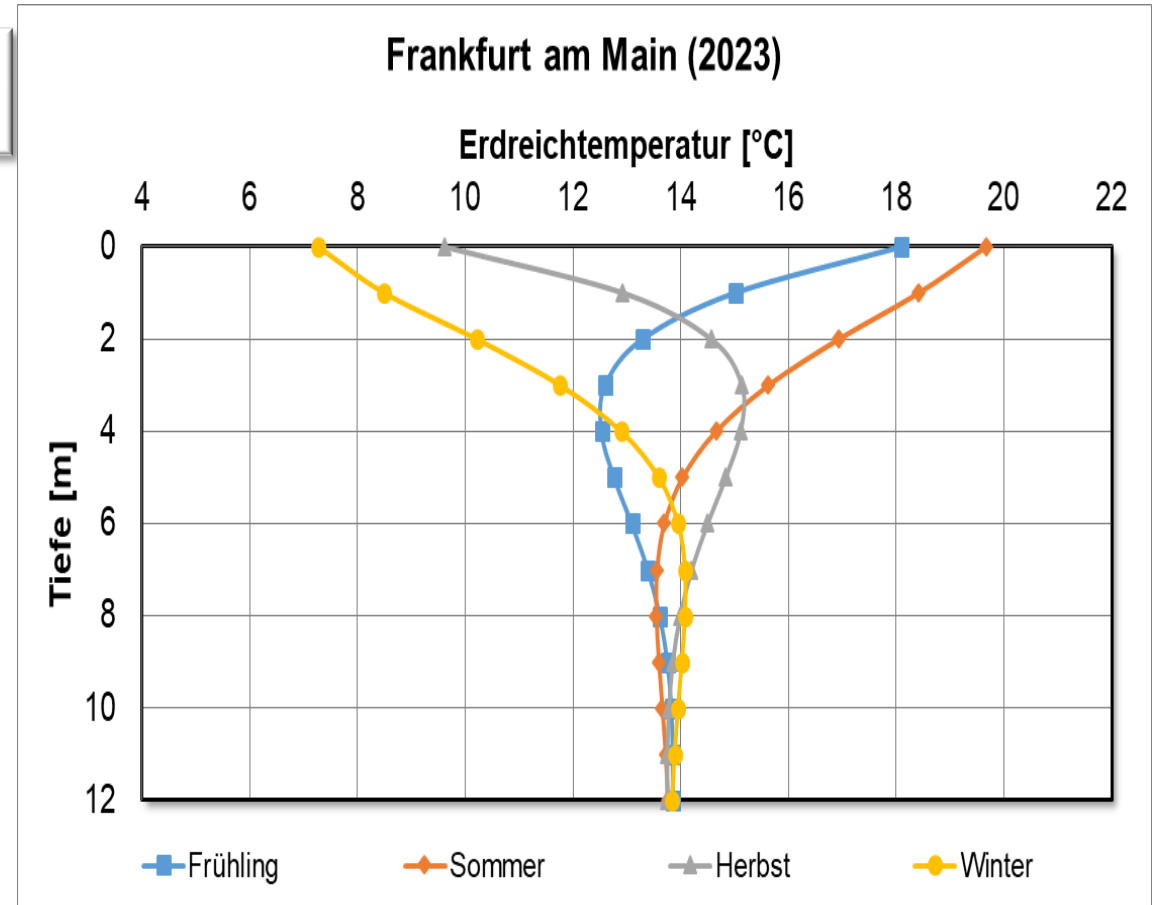
$$b_n = \frac{2}{P} \cdot \sum_{t=1}^P \vartheta[t] \cdot \sin(n \cdot \omega \cdot t)$$

$$c_n = \frac{2}{P} \cdot \sum_{t=1}^P \vartheta[t] \cdot \cos(n \cdot \omega \cdot t)$$

Mit

- P = Oszillationsperiode [h] = 8760 Stunden.
- ω = Winkelfrequenz [1/h].

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{P}$$



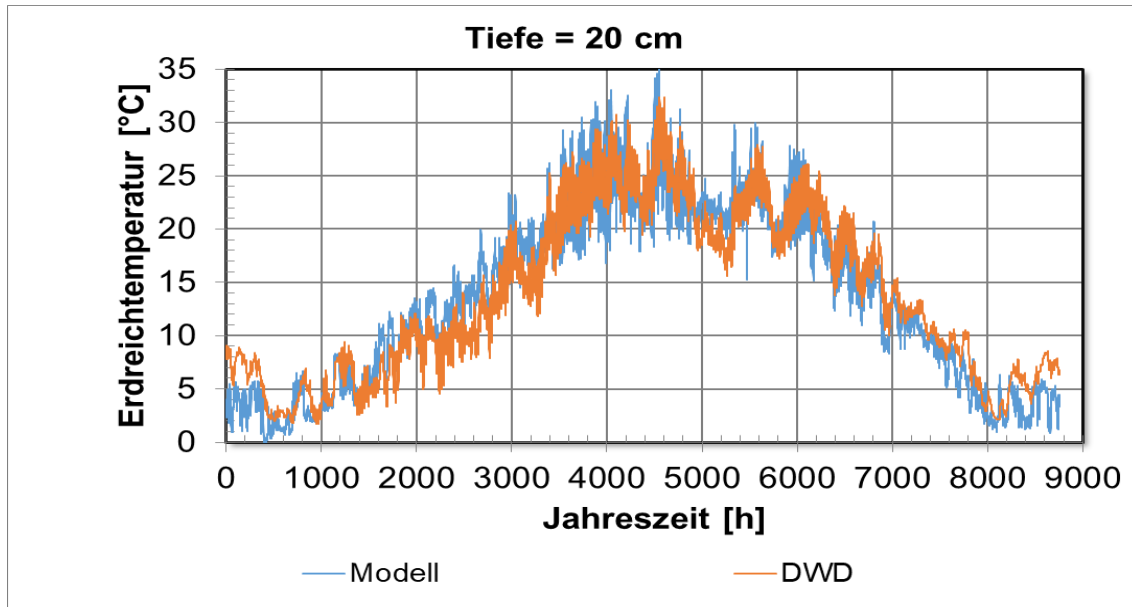
- $\gamma[n]$ = n-te Dämpfungstiefe [m].
- α_{Erd} = Wärmediffusivität des Erdreichs [m²/h].

$$\gamma[n] = \sqrt{\frac{2 \cdot \alpha_{Erd}}{n \cdot \omega}}$$

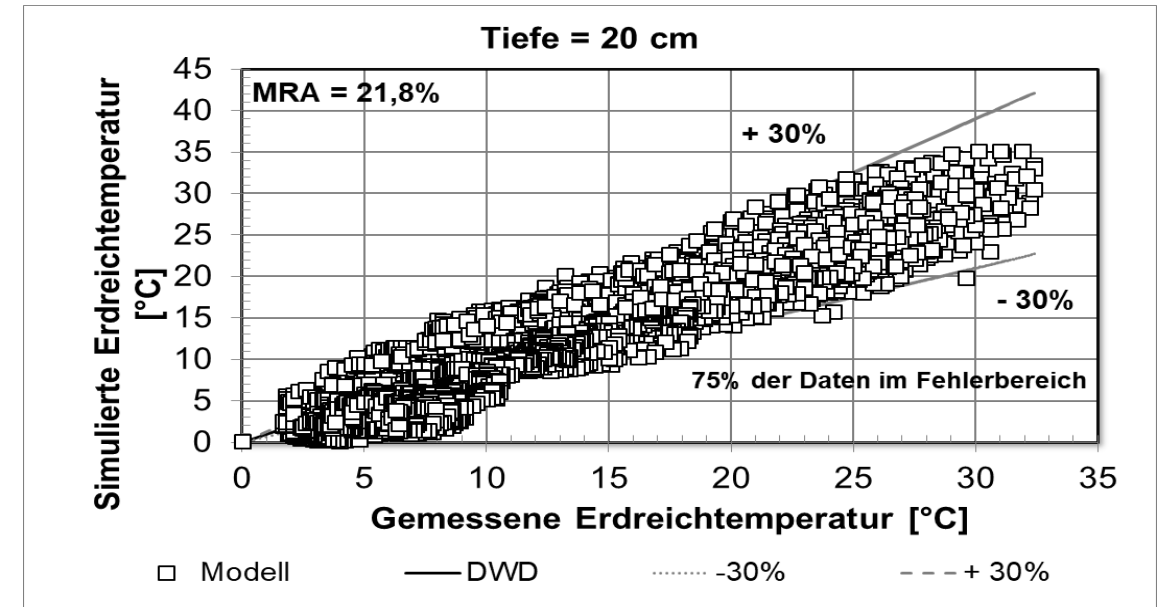
1. Modellierung der Erdoberflächtemperatur
2. Validierung des Berechnungsmodells für die Erdoberflächtemperatur
3. Modellierung der Zisterne
4. Fazit.

2. Validierung des Berechnungsmodells für die Erdreichtemperatur (Tiefe = 20 cm)

➤ Wetterdaten für Frankfurt am Main im Jahr 2023 (DWD)



- Die mittlere Abweichung der Vorhersage beträgt 21,8 % in 20 cm Erdreichtiefe.
- 75 % der berechneten Werte liegen innerhalb der Fehlerbereiche.
- Starker Einfluss der Umgebungsbedingungen auf die Temperatur in dieser Bodenschicht.



• Mittlere relative Abweichung (MRA)

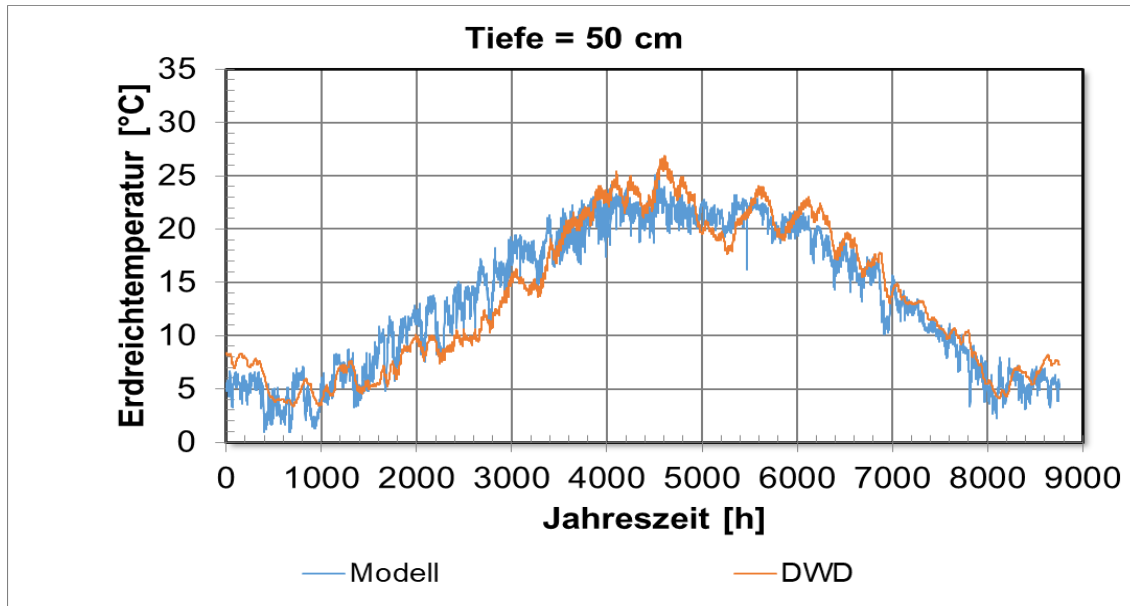
$$MRA = (1/n) \cdot \sum_{i=1}^n |(W_{Gem[i]} - W_{Sim[i]}) / W_{Gem[i]}| \cdot 100$$

Mit

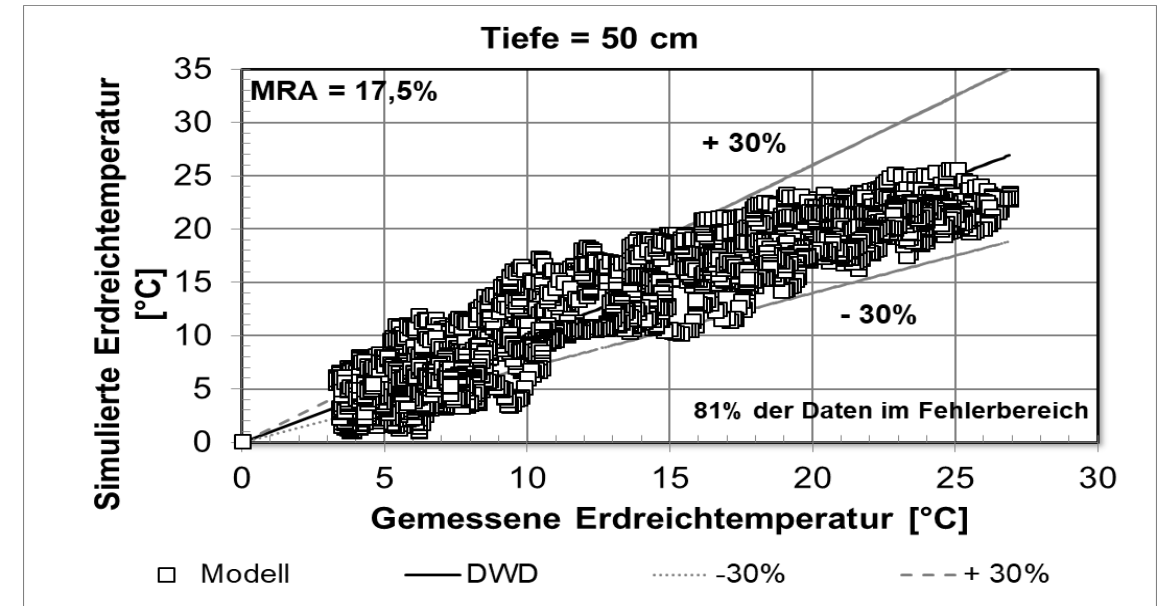
- n = Anzahl der Werte.
- W_{Gem} = Gemessener Wert.
- W_{Sim} = Simulierter Wert.

2. Validierung des Berechnungsmodells für die Erdreichtemperatur (Tiefe = 50 cm)

➤ Wetterdaten für Frankfurt am Main im Jahr 2023 (DWD)



- Mittlere Abweichung der Vorhersage von 17,5 % in 50 cm Erdreichtiefe.
- 81 % der berechneten Werte liegen innerhalb der Fehlerbereiche.
- Die Temperatur dieser Bodenschicht wird weniger stark von den Umgebungsbedingungen beeinflusst.



• Mittlere relative Abweichung (MRA)

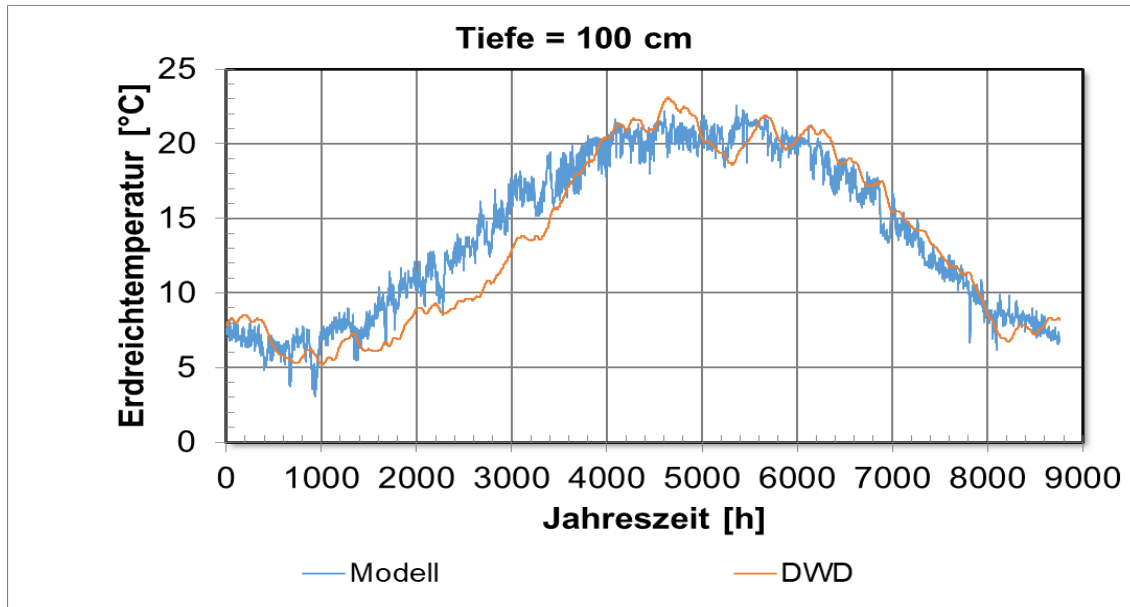
$$MRA = (1/n) \cdot \sum_{i=1}^n |(W_{Gem[i]} - W_{Sim[i]}) / W_{Gem[i]}| \cdot 100$$

Mit

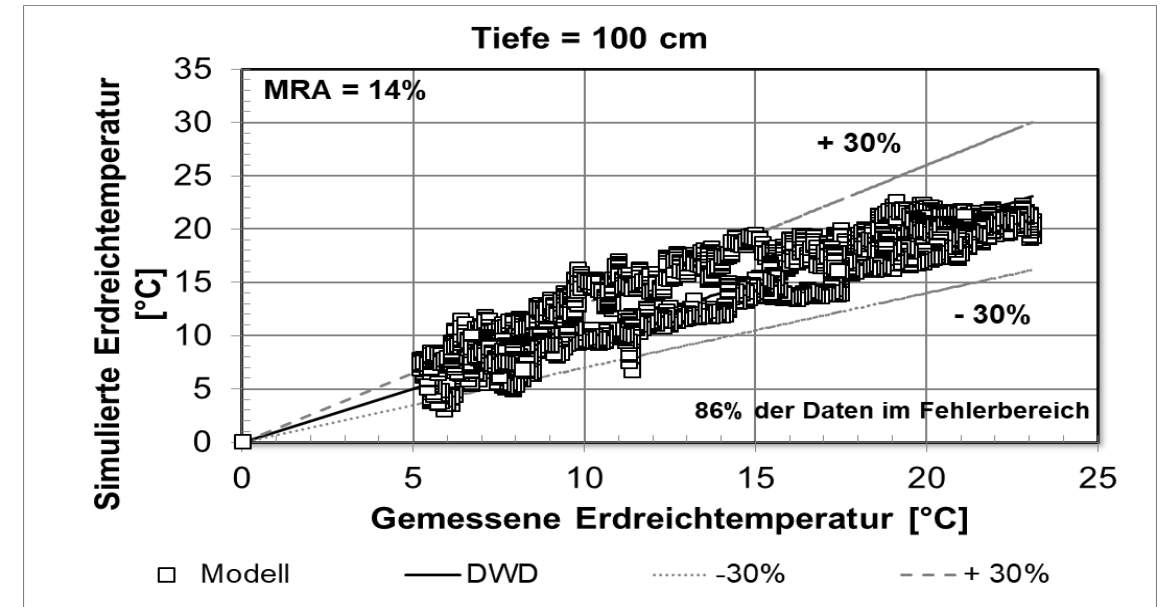
- n = Anzahl der Werte.
- W_{Gem} = Gemessener Wert.
- W_{Sim} = Simulierter Wert.

2. Validierung des Berechnungsmodells für die Erdreichtemperatur (Tiefe = 100 cm)

➤ Wetterdaten für Frankfurt am Main im Jahr 2023 (DWD)



- Mit zunehmender Tiefe nimmt die mittlere Abweichung der berechneten Temperaturprofile von den experimentellen Profilen ab.
- Geeignetes Modell zur Nachbildung der Temperaturen in tieferen Bodenschichten.



• Mittlere relative Abweichung (MRA)

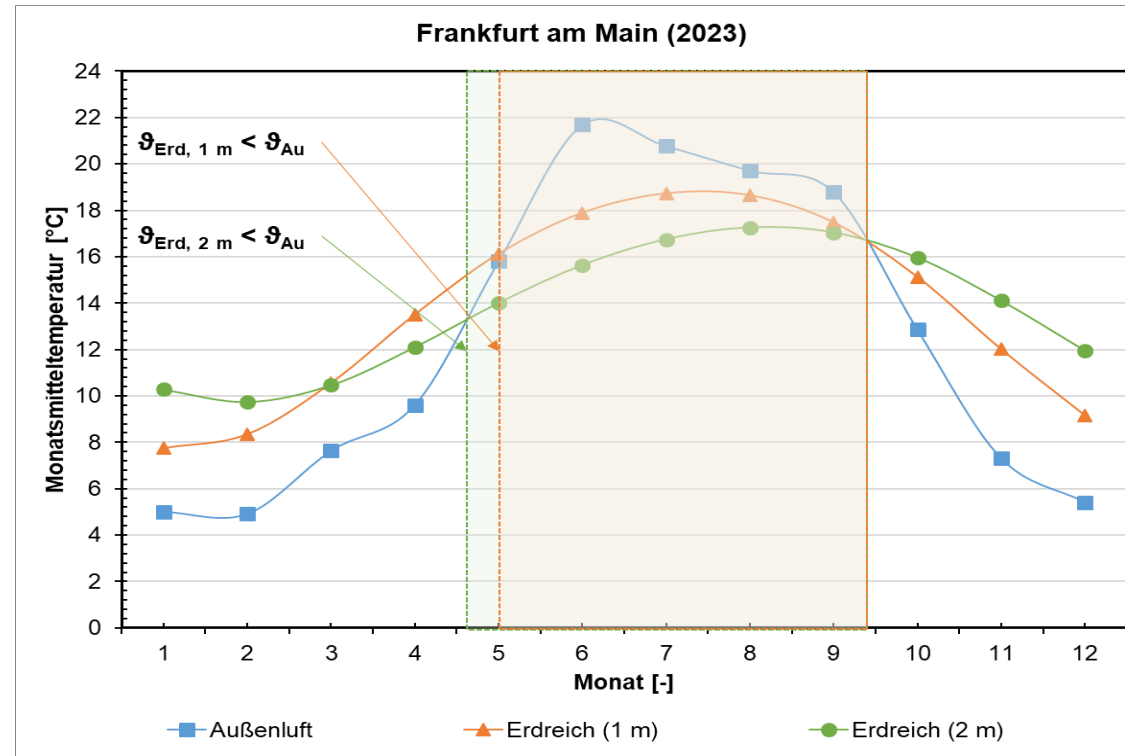
$$MRA = (1/n) \cdot \sum_{i=1}^n |(W_{Gem[i]} - W_{Sim[i]}) / W_{Gem[i]}| \cdot 100$$

Mit

- n = Anzahl der Werte.
- W_{Gem} = Gemessener Wert.
- W_{Sim} = Simulierter Wert.

2. Monatsmittelwerte der Erdreichtemperatur

➤ Wetterdaten für Frankfurt am Main im Jahr 2023 (DWD)



- Die mittlere monatliche Erdreichtemperatur ist teilweise im Frühling, im Sommer sowie teilweise im Herbst niedriger als die Außenlufttemperatur.
- Je tiefer eine Zisterne liegt, desto länger kann das darin gespeicherte Wasser passiv gekühlt werden.

1. Modellierung der Erdoberflächtemperatur
2. Validierung des Berechnungsmodells für die Erdoberflächtemperatur
3. Modellierung der Zisterne
4. Fazit.

3. Modellierung der Zisterne: Finite-Differenzen-Modell

Annahmen:

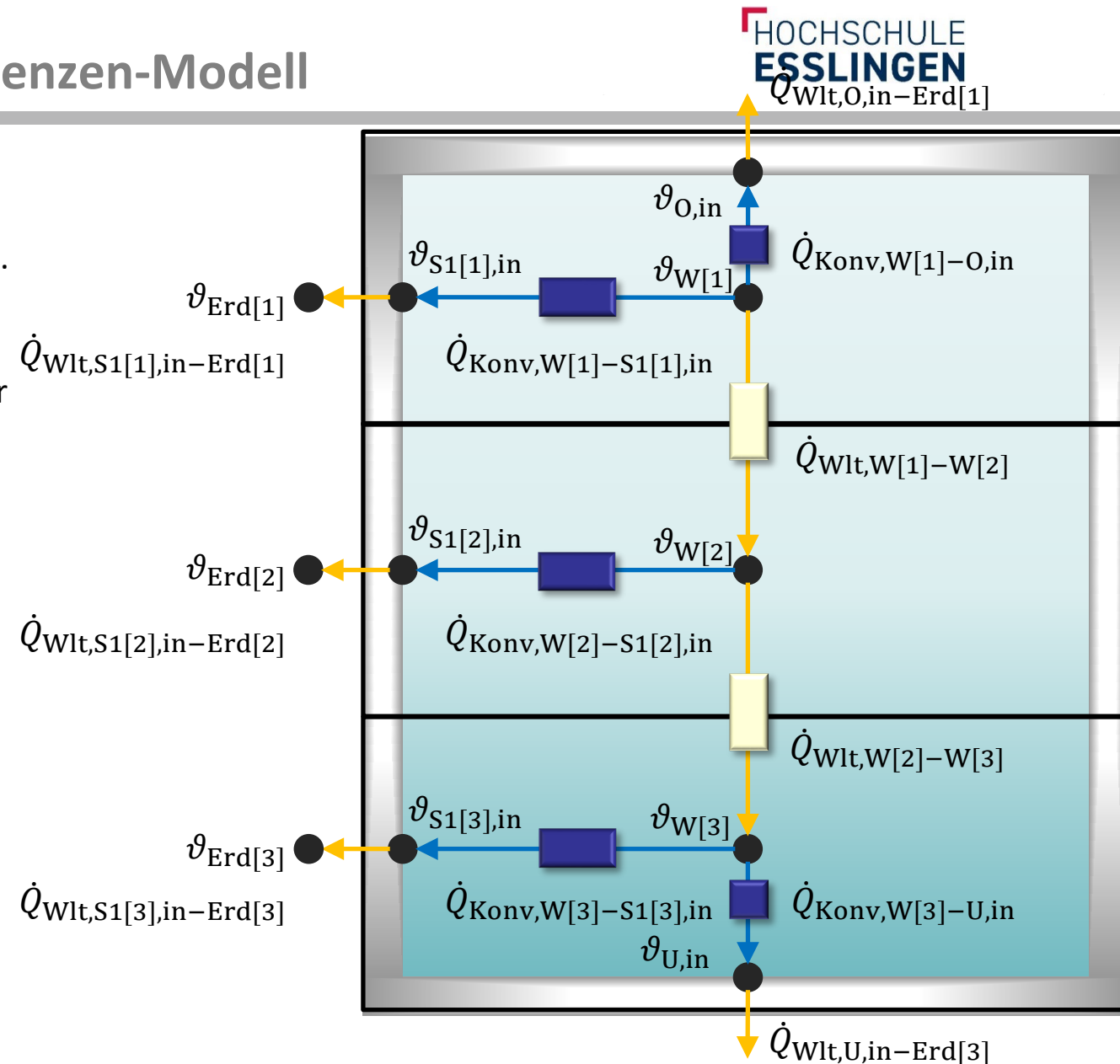
- Die Zisterne ist vollständig gefüllt.
- Das Wasser bleibt in der Zisterne stehen (Speicherbetrieb).
- Vernachlässigung der horizontalen Wärmeleitung im Wasser.
- Berücksichtigung der natürlichen Konvektion innerhalb der Zisterne.
- Annäherung der Regenwassertemperatur an die Niederschlagstemperatur (\approx Feuchtkugeltemperatur¹).

Wärmeübertragung durch:

- Konvektion (\dot{Q}_{Konv}).
- Wärmeleitung (\dot{Q}_{Wlt}).

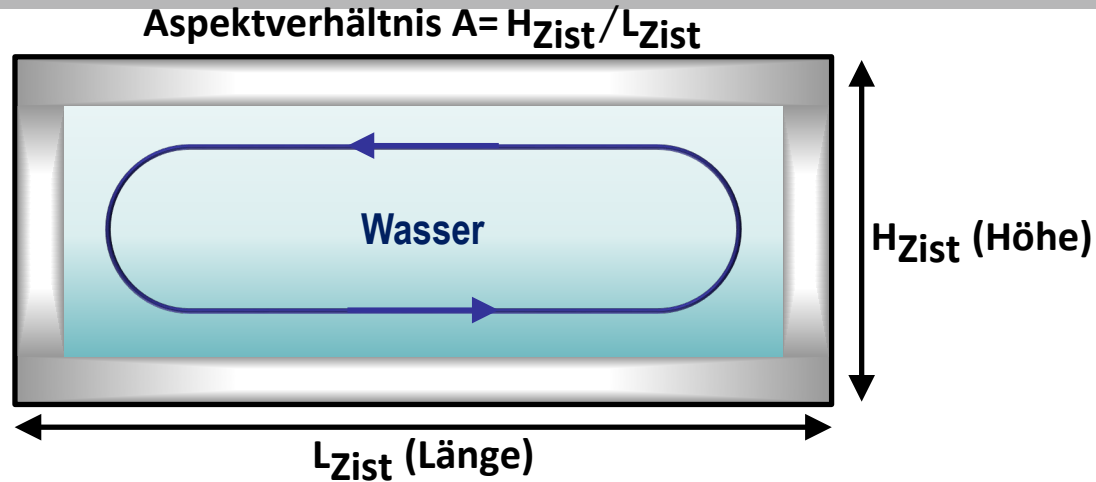
Symbole:

W = Wasser O = Oberwand
 S = Seitenwand U = Unterwand
 in = Innenfläche B = Boden (Erdreich)



¹Wei, N.; Dai, Y.; Zhang, M.; Zhou, L.; Ji, D.; Zhu, S.; Wang, L.; Impact of precipitation-induced sensible heat on the simulation of land-surface air temperature. Journal of Advances in Modeling Earth Systems, Volume 6, 2014, pp. 1311-1320.

3. Modellierung der Zisterne: Freie Konvektion im Hohlraum



➤ Nusselt-Zahl nach Bejan und Tien (1978)¹

Flacher Hohlraum ($A = H_{Zist} / L_{Zist} < 1$)

$$\frac{Nu_{W-S}}{A} = 1 + \left\{ \left[\frac{(Ra_{H_{Zist}} \cdot A)^2}{362880} \right]^{-0,386} + \left(\frac{0,623 \cdot Ra_{H_{Zist}}^{1/5}}{A} \right)^{-0,386} \right\}^{-1/0,386}$$

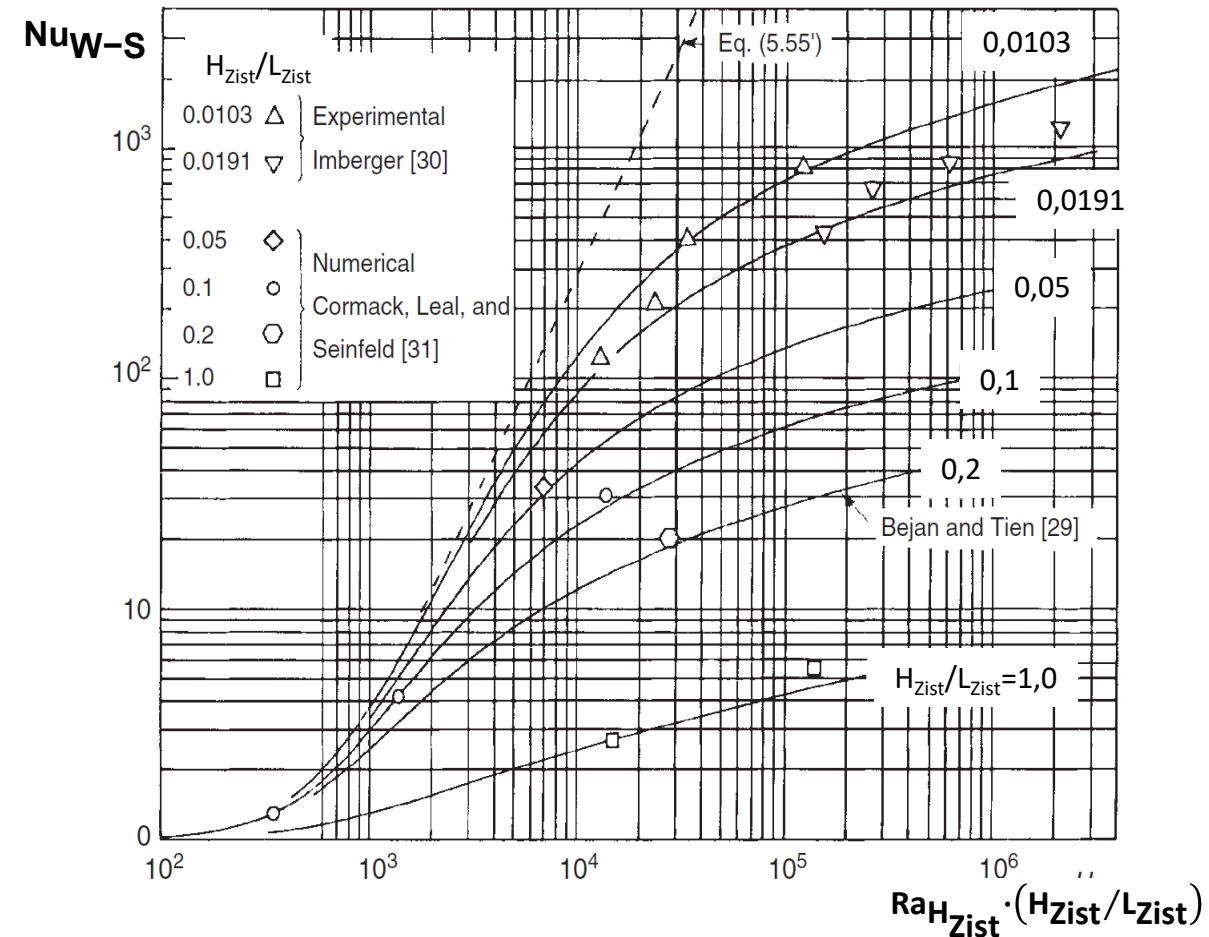
➤ Nusselt-Zahl nach Bejan (1979)²

Hoher Hohlraum ($A = H_{Zist} / L_{Zist} \geq 1$)

$$Nu_{W-S} = 0,364 \cdot (Ra_{H_{Zist}} / A)^{1/4}$$

$Ra_{H_{Zist}}$ = Rayleigh-Zahl mit der Höhe als charakteristische Länge

Gültigkeitsbereich: $Ra_H \leq 10^9$



¹Bejan, A.; Tien, C. L.; Laminar natural convection heat transfer in a horizontal cavity with different end temperatures. Journal of Heat Transfer, 1978, Volume 100, Issue 4, pp. 641-647.

²Bejan, A.; Note on Gill's solution for free convection in a vertical enclosure. Journal of Fluid Mechanics, Volume 90, Issue 3, 1979, pp. 561-568.

3. Modellierung der Zisterne: Freie Konvektion an der inneren Oberwand

➤ Nusselt-Zahl nach Rosenshow et al. (1998)¹

Fall 1: Wasser kühler als die Wand ($\vartheta_W < \vartheta_{O,in}$)

$$Nu_{W-o} = \frac{2,5}{\ln\left(1 + \frac{2,5 \cdot (1 + (1,9/Pr_W)^{0,9})^{2/9}}{0,527 \cdot Ra_{Lch}^{0,2}}\right)}$$

Gültigkeitsbereich: $10^3 \leq Ra_{Lch} \leq 10^{10}$; $0,7 \leq Pr_W \leq 100$

Fall 2: Wasser wärmer als die Wand ($\vartheta_W \geq \vartheta_{O,in}$)

Laminare Strömung

$$Nu_{Lam} = \frac{1,4}{\ln\left(1 + \frac{1,4}{0,835 \cdot C_{Lam} \cdot Ra_{Lch}^{0,25}}\right)}$$

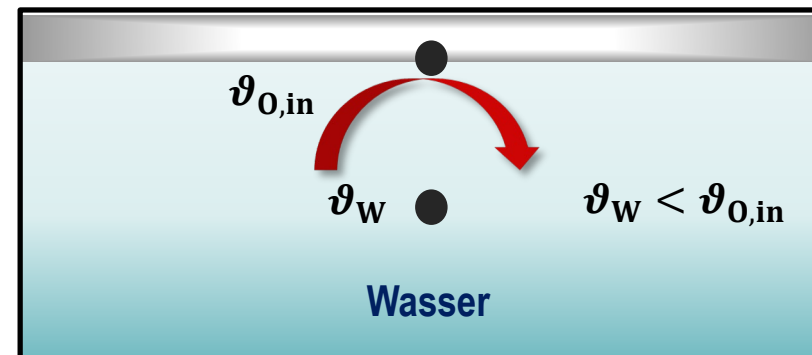
Turbulente Strömung

$$Nu_{Tur} = C_{Tur} \cdot Ra_{Lch}^{1/3}$$

Gesamtkorrelation

$$Nu_{W-o} = (Nu_{Lam}^{10} + Nu_{Tur}^{10})^{1/10}$$

Gültigkeitsbereich: $1 \leq Ra_{Lch} \leq 10^{10}$; $0,7 \leq Pr_W \leq 100$



Symbole

$\vartheta_{O,in}$ = Temperatur der inneren Oberwand.

ϑ_W = Temperatur des Wassers.

Pr_W = Prandtl-Zahl des Wassers.

Ra_{Lch} = Rayleigh-Zahl.

L_{ch} = charakteristische Länge.

$$L_{ch} = \frac{\text{Plattenfläche}}{\text{Plattenumfang}}$$

Hinweis: Auswertung der Prandtl- und Rayleigh-Zahl in Bezug auf die Wassereigenschaften.

3. Modellierung der Zisterne: Freie Konvektion an der inneren Unterwand

➤ Nusselt-Zahl nach Rosenshow et al. (1998)¹

Fall 1: Wasser kühler als die Wand ($\vartheta_w < \vartheta_{U,in}$)

Laminare Strömung

$$Nu_{Lam} = \frac{1,4}{\ln\left(1 + \frac{1,4}{0,835 \cdot C_{Lam} \cdot Ra_{Lch}^{0,25}}\right)}$$

Turbulente Strömung

$$Nu_{Tur} = C_{Tur} \cdot Ra_{Lch}^{1/3}$$

Gesamtkorrelation

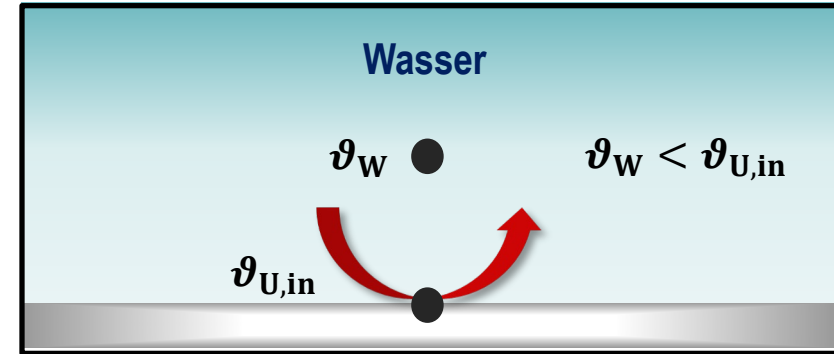
$$Nu_{W-U} = (Nu_{Lam}^{10} + Nu_{Tur}^{10})^{1/10}$$

Gültigkeitsbereich: $1 \leq Ra_{Lch} \leq 10^{10}$; $0,7 \leq Pr_w \leq 100$

Fall 2: Wasser wärmer als die Wand ($\vartheta_w \geq \vartheta_{U,in}$)

$$Nu_{W-U} = \frac{2,5}{\ln\left(1 + \frac{2,5 \cdot (1 + (1,9/Pr_w)^{0,9})^{2/9}}{0,527 \cdot Ra_{Lch}^{0,2}}\right)}$$

Gültigkeitsbereich: $10^3 \leq Ra_{Lch} \leq 10^{10}$; $0,7 \leq Pr_w \leq 100$



Symbole

$\vartheta_{U,in}$ = Temperatur der inneren Unterwand.

ϑ_w = Temperatur des Wassers.

Pr_w = Prandtl-Zahl des Wassers.

Ra_{Lch} = Rayleigh-Zahl.

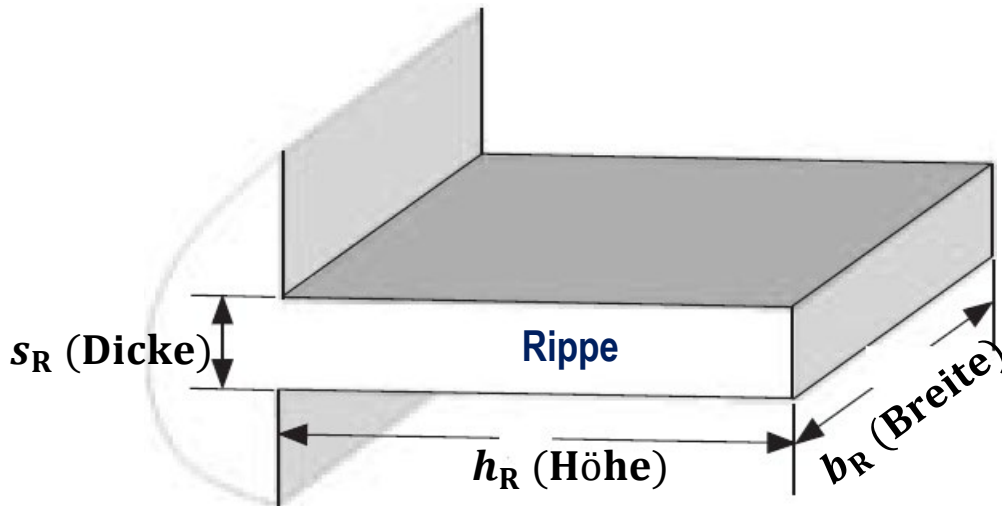
L_{ch} = charakteristische Länge.

$$L_{ch} = \frac{\text{Plattenfläche}}{\text{Plattenumfang}}$$

Hinweis: Auswertung der Prandtl- und Rayleigh-Zahl in Bezug auf die Wassereigenschaften.

3. Modellierung der Zisterne: Wärmedurchgang in rechteckigen Zisternen mit gerippten Oberflächen

➤ Wand mit einer rechteckigen, stabförmigen Rippe



Wirkungsgrad der Rippen (η_R)¹

$$\eta_R = \frac{\tanh(m \cdot h_R)}{m \cdot h_R}$$

mit

$$m = \left(\frac{2 \cdot \alpha_{Erd[i]}}{s_R \cdot \lambda_R} \right)^{1/2}$$

Symbole

$\alpha_{Erd[i]}$ = Wärmeübergangskoeffizient des Erdreichs.

λ_R = Wärmeleitfähigkeit einer Rippe.

$\vartheta_{Sj[i],in}$ = Temperatur der inneren Seitenwand.

$\vartheta_{Erd[i]}$ = Erdreichtemperatur.

Wärmestrom durch eine gerippte, rechteckige Zisternenwand

$$\dot{Q}_{Wlt,Sj[i],in-Erd[i]} = \dot{Q}_{Wlt,Sj,G[i],in-Erd[i]} + \dot{Q}_{Wlt,Sj,R[i],in-Erd[i]}$$

Wärmestrom durch die freie Grundfläche

$$\dot{Q}_{Wlt,Sj,G[i],in-Erd[i]} = \frac{\vartheta_{Sj[i],in} - \vartheta_{Erd[i]}}{R_{Sj,G[i]-Erd[i]}}$$

Wärmestrom durch die Rippen

$$\dot{Q}_{Wlt,Sj,R[i],in-Erd[i]} = \frac{\eta_R \cdot (\vartheta_{Sj[i],in} - \vartheta_{Erd[i]})}{R_{Sj,R[i]-Erd[i]}}$$

Gesamtwärmedurchgangswiderstände

Freie Grundfläche

$$R_{Sj,G[i]-Erd[i]} = \frac{s_{Zist}}{\lambda_{Zist} \cdot \Delta A_{Sj,G[i],au}} + \frac{1}{\alpha_{Erd[i]} \cdot \Delta A_{Sj,G[i],au}}$$

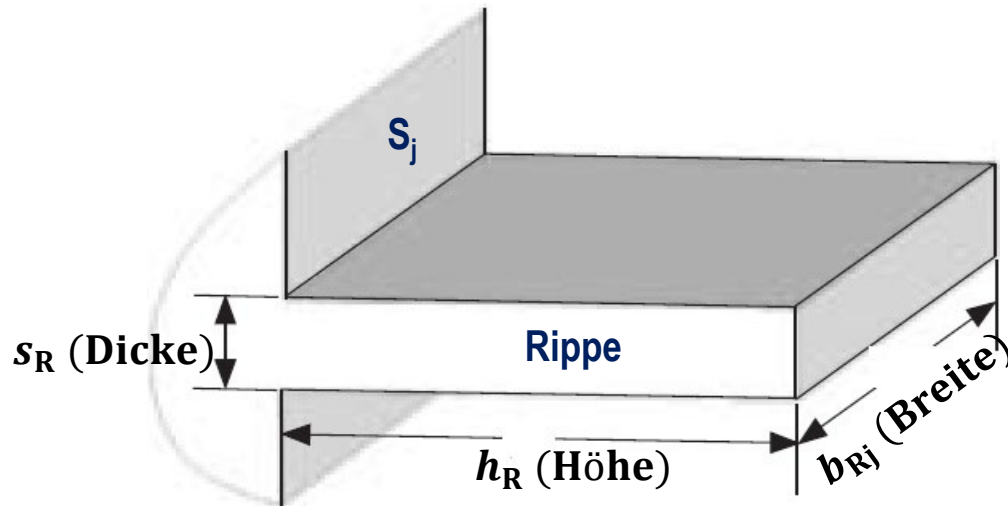
Rippenoberfläche

$$R_{Sj,R[i]-Erd[i]} = \frac{s_{Zist}}{\lambda_{Zist} \cdot \Delta A_{Sj,R[i],au}} + \frac{1}{\alpha_{Erd[i]} \cdot \Delta A_{Sj,R[i],au}}$$

¹Nellis, G.; Klein, S.; Heat transfer, Chapter 1: One-dimensional, steady-state conduction, 1st edition, Cambridge University Press, ISBN 978-0-521-88107-4, New York, 2011, pp. 92-122.

3. Modellierung der Zisterne: Wärmedurchgang in rechteckigen Zisternen mit gerippten Oberflächen

➤ Wand mit einer rechteckigen, stabförmigen Rippe



Symbole

N_R = Anzahl der Rippen.

N_{FE} = Anzahl der finiten Elemente.

$\Delta A_{Sj[i],au}$ = Gesamtoberfläche des ungerippten finiten Elements.

Oberfläche einer einzelnen Rippe

$$A_{Sj,R} = 2 \cdot b_{Rj} \cdot h_R + 2 \cdot s_R \cdot h_R + s_R \cdot b_{Rj}$$

Gesamtoberfläche der Rippen

Ganze Wand

$$A_{Sj,R[i],au} = N_R \cdot A_{Sj,R}$$

Finite Elemente

$$\Delta A_{Sj,R[i],au} = \frac{A_{Sj,R[i],au}}{N_{FE}}$$

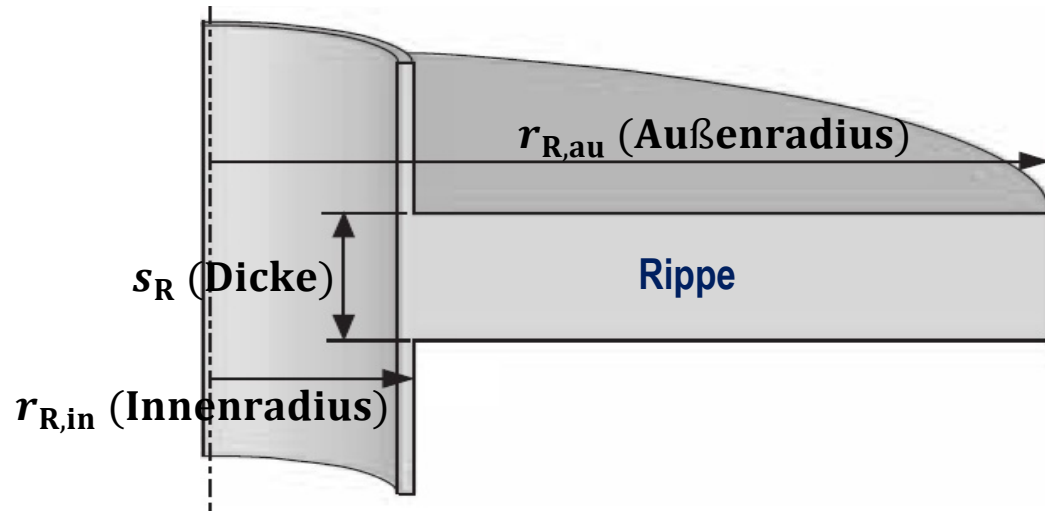
Freie Grundfläche

Finites Element

$$\Delta A_{Sj,G[i],au} = \Delta A_{Sj[i],au} - \Delta A_{Sj,R[i],au}$$

3. Modellierung der Zisterne: Wärmedurchgang in zylindrischen Zisternen mit gerippter Oberfläche

➤ Wand mit einer rechteckigen, ringförmigen Rippe



Wirkungsgrad der Rippen (η_R)¹

$$\eta_R = \left[\frac{2 \cdot m \cdot r_{R,in}}{(m \cdot r_{R,au})^2 - (m \cdot r_{R,in})^2} \right] \cdot \left[\frac{K_1(m \cdot r_{R,in}) \cdot I_1(m \cdot r_{R,au}) - I_1(m \cdot r_{R,in}) \cdot K_1(m \cdot r_{R,au})}{I_0(m \cdot r_{R,in}) \cdot K_1(m \cdot r_{R,au}) + K_0(m \cdot r_{R,in}) \cdot I_1(m \cdot r_{R,au})} \right]$$

mit
$$m = \left(\frac{2 \cdot \alpha_{Erd[i]}}{s_R \cdot \lambda_R} \right)^{1/2}$$

Symbole

$K_n(x)$, $I_n(x)$ = Modifizierte Bessel-Funktionen.
 $\alpha_{Erd[i]}$ = Wärmeübergangskoeffizient des Erdreichs.
 λ_R = Wärmeleitfähigkeit einer Rippe.

Wärmestrom durch eine gerippte Zisternenwand

$$\dot{Q}_{Wlt,S[i],in-Erd[i]} = \dot{Q}_{Wlt,S,G[i],in-Erd[i]} + \dot{Q}_{Wlt,S,R[i],in-Erd[i]}$$

Wärmestrom durch die freie Grundfläche

$$\dot{Q}_{Wlt,S,G[i],in-Erd[i]} = \frac{\vartheta_{S[i],in} - \vartheta_{Erd[i]}}{R_{S,G[i]-Erd[i]}}$$

Wärmestrom durch die Rippen

$$\dot{Q}_{Wlt,S,R[i],in-Erd[i]} = \frac{\eta_R \cdot (\vartheta_{S[i],in} - \vartheta_{Erd[i]})}{R_{S,R[i]-Erd[i]}}$$

Gesamtwärmedurchgangswiderstände

Freie Grundfläche

$$R_{S,G[i]-Erd[i]} = \frac{s_{Zist}}{\lambda_{Zist} \cdot \Delta A_{S,G[i]}} + \frac{1}{\alpha_{Erd[i]} \cdot \Delta A_{S,G[i]}}$$

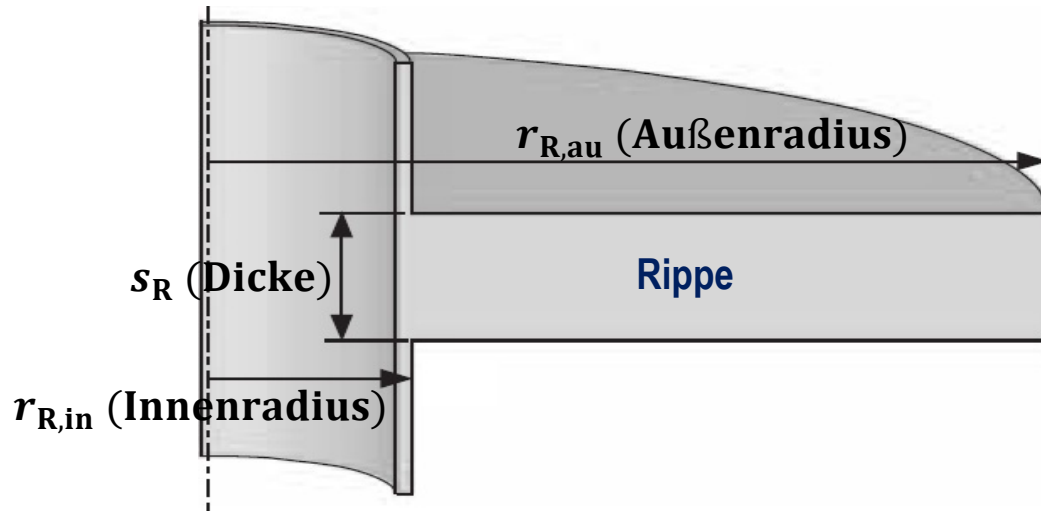
Rippenoberfläche

$$R_{S,R[i]-Erd[i]} = \frac{s_{Zist}}{\lambda_{Zist} \cdot \Delta A_{S,R[i]}} + \frac{1}{\alpha_{Erd[i]} \cdot \Delta A_{S,R[i]}}$$

¹Nellis, G.; Klein, S.; Heat transfer, Chapter 1: One-dimensional, steady-state conduction, 1st edition, Cambridge University Press, ISBN 978-0-521-88107-4, New York, 2011, pp. 92-122.

3. Modellierung der Zisterne: Wärmedurchgang in zylindrischen Zisternen mit gerippter Oberfläche

➤ Wand mit einer rechteckigen, ringförmigen Rippe



Symbole

N_R = Anzahl der Rippen.

N_{FE} = Anzahl der finiten Elemente.

$\Delta A_{S[i],m}$ = Gesamtoberfläche des ungerippten finiten Elements.

Oberfläche einer einzelnen Rippe

$$A_{S,R} = 2 \cdot \pi \cdot (r_{R,au}^2 - r_{R,in}^2) + 2 \cdot \pi \cdot r_{R,au} \cdot s_R$$

Gesamtoberfläche der Rippen

Ganze Wand

$$A_{S,R[i]} = N_R \cdot A_{S,R}$$

Finite Elemente

$$\Delta A_{S,R[i]} = \frac{A_{S,R[i]}}{N_{FE}}$$

Freie Grundfläche

Finites Element

$$\Delta A_{S,G[i],m} = \Delta A_{S[i],m} - \Delta A_{S,R[i]}$$

1. Modellierung der Erdoberflächtemperatur
2. Validierung des Berechnungsmodells für die Erdoberflächtemperatur
3. Modellierung der Zisterne
4. Fazit.

4. Fazit

- Zur Berechnung der Erdreichtemperatur wurde ein neues Modell vorgeschlagen, das ein künstliches neuronales Netzwerk mit einer Fourier-Reihe verbindet.
- Die vorhergesagten Erdreichtemperaturen weisen nur geringe mittlere relative Abweichungen zu den gemessenen Werten auf.
- Die Abweichung der berechneten Temperaturprofile von den experimentellen nimmt mit zunehmender Tiefe ab.
- Die Temperatur oberflächlicher Bodenschichten wird stark von den Umgebungsbedingungen beeinflusst.
- Im Frühling, Sommer und teilweise im Herbst ist die Erdreichtemperatur niedriger als die Außenlufttemperatur.
- Je tiefer eine Zisterne liegt, desto länger kann das darin gespeicherte Wasser passiv gekühlt werden.
- Zur Bestimmung des Temperaturprofils von Wasser in rechteckigen und zylindrischen Zisternen wurden detaillierte Finite-Differenzen-Modelle entwickelt.
- Bei der Modellierung einer Zisterne mit passiver Wasserkühlung sind die innere Konvektion in jeder Wasserschicht, die Wärmeleitung zwischen den Wasserschichten und die Wärmeabgabe an das Erdreich zu berücksichtigen.
- Das Berechnungsmodell wurde angepasst, um die passive Kühlung von Wasser in Zisternen mit gerippten Oberflächen zu bewerten.

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!



Kontakte:

Herr Prof. Dr. Robert Grob: Robert.Grob@hs-esslingen.de

Herr Prof. Philipp Akkawi: Philipp.Akkawi@hs-esslingen.de

M.Sc. Fernando Gomez: Fernando.Gomez-Castro@hs-esslingen.de